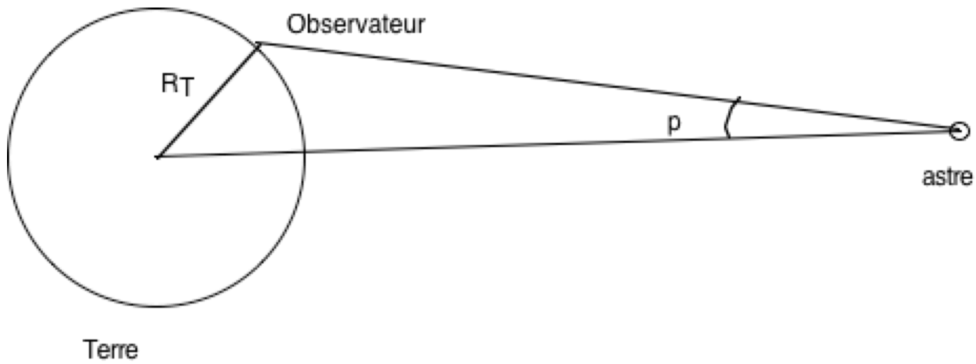
Mesure de la parallaxe de Mars

Noël Robichon, Observatoire de Meudon

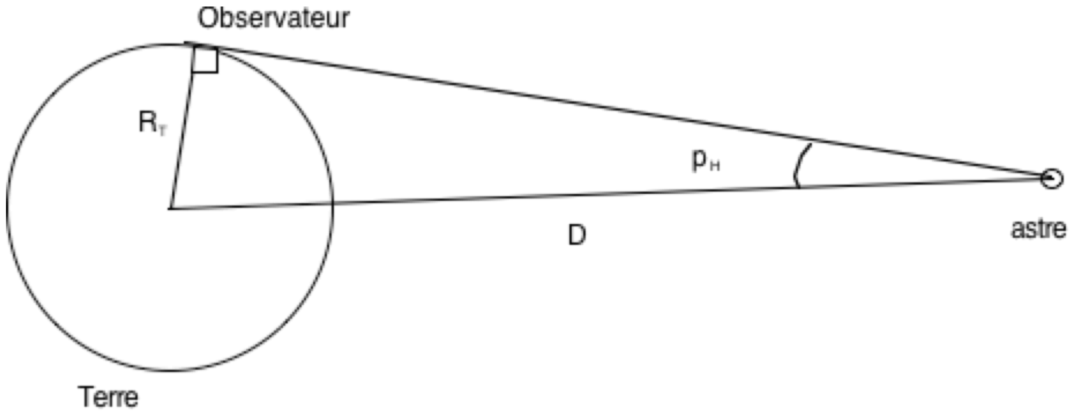
1 Introduction

Parallaxe horizontale.

On appelle parallaxe diurne p d'un astre l'angle sous lequel on verrait depuis cet astre le rayon terrestre aboutissant au lieu d'observation.



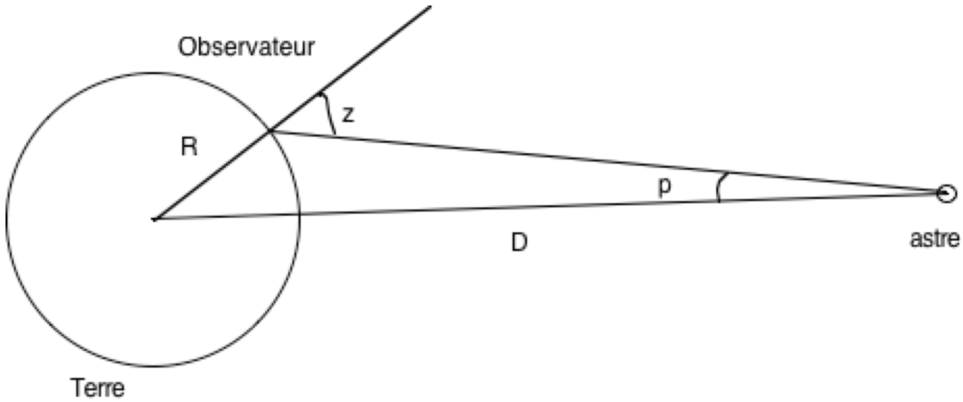
La parallaxe diurne est nulle si l'astre est au zénith. Elle est maximum lorsque l'astre est à l'horizon. C'est ce que l'on appelle la parallaxe horizontale. La parallaxe horizontale d'un corps du système solaire est définie comme l'angle sous lequel on voit un rayon terrestre depuis ce corps comme le montre le schéma suivant.



La parallaxe est d'autant plus grande que l'objet est proche. La distance d'un objet de parallaxe horizontale p_H est : $\mathbf{D = R_T/tgp_H}$.

Comment retrouver la parallaxe horizontale à partir d'une parallaxe diurne quelconque ?

Définissons la distance zénithale z de l'astre comme étant l'angle entre la direction de l'astre et le zénith du lieu d'observation.



D'après la formule des sinus, on a : $\dfrac{D}{\sin(\pi - z)} = \dfrac{R}{\sin p}$

D'où : $D = \dfrac{R \sin z}{\sin p}$

Comme on a également, par définition de la parallaxe horizontale p_H : $D = \dfrac{R}{\sin p_H}$

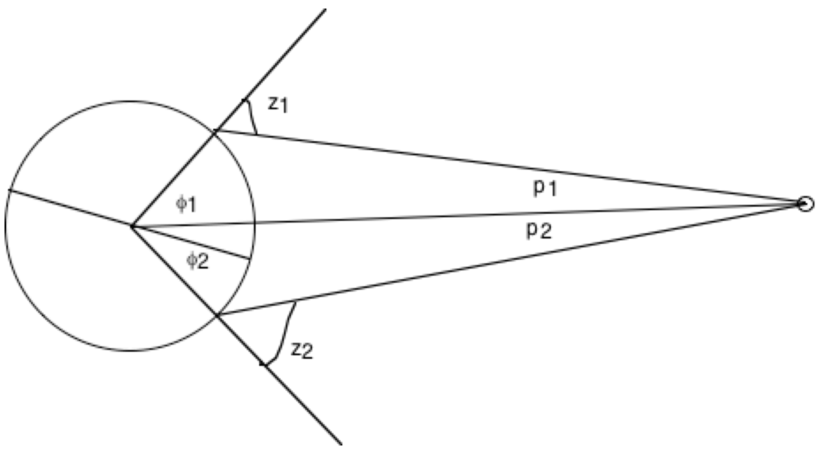
Il vient : $\sin p = \sin z . \sin p_H$

Ces angles étant très petits, on peut les assimiler à leurs sinus et on a alors : $\boldsymbol{p = \sin z . p_H}$

Mesure de la parallaxe en deux points.

Dans la pratique, on va obtenir la parallaxe horizontale à partir de l'observation de l'astre en deux points du globe. Ici, pour simplifier les calculs, on va se placer sur un même méridien.

On a alors la figure suivante :



$\pi - z_1 + p_1 + p_2 + \pi - z_2 + \phi_1 - \phi_2 = 2\pi$ ($\phi 2$ compté négativement vers le sud)

d'où $p_1 + p_2 = z_1 + z_2 - \phi_1 + \phi_2$

et donc $p_H.(\sin z_1 + \sin z_2) = z_1 + z_2 - \phi_1 + \phi_2$

et finalement : $\mathbf{p_H} = \dfrac{\mathbf{z_1 + z_2 - \varphi_1 + \varphi_2}}{\mathbf{\sin z_1 + \sin z_2}}$

Application à la Lune :

Lalande Berlin $\varphi_1 = 52{,}5°N$ $z_1 = 47° \ 31'$

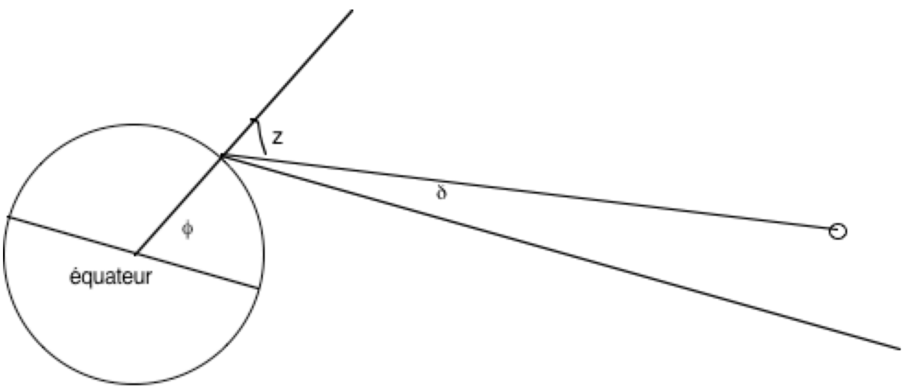
La Caille Cap de Bonne Espérance $\varphi_2 = 34{,}0°S$ $z_2 = 40° \ 18'$

Calculer la distance de la Lune obtenue par Lalande et La Caille en 1751.

Repérage par rapport aux étoiles : utilisation des déclinaisons

Mais la distance zénithale (ou son complémentaire la hauteur) doivent être mesurées au méridien. En général, on préfère mesurer la position de l'astre par rapport aux étoiles qui l'entourent et dont on connaît la position dans un repère absolu. On utilise alors les coordonnées équatoriales.

Lorsqu'un astre passe au méridien, la distance zénithale z est égale à la différence entre la latitude du lieu et la déclinaison de l'astre comme le montre la figure suivante :

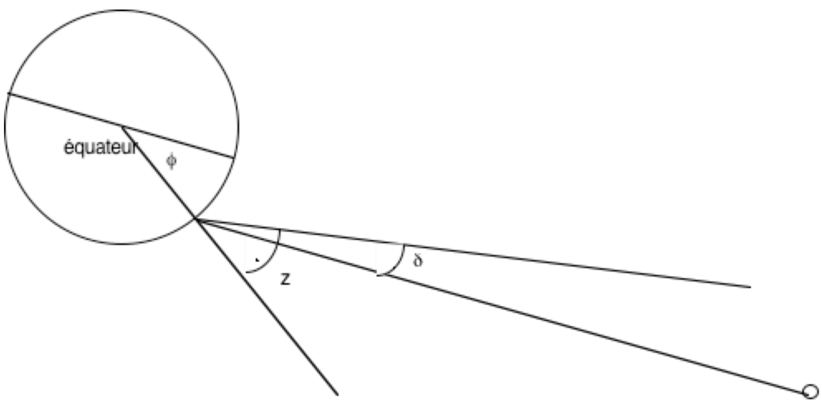


$\phi = z + \delta$ et donc $z = \phi - \delta$

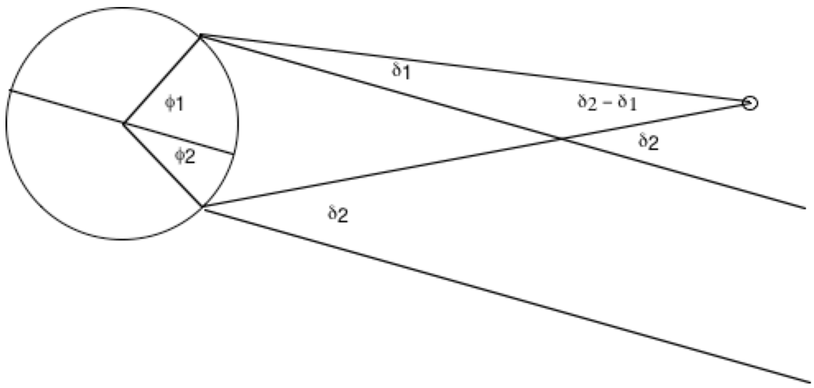
Mais attention aux signes des angles. z est toujours positif alors que d est compté positivement vers le nord et négativement vers le sud (comme la latitude). La relation entre z, f et d dépend de la configuration.

Par exemple, dans la figure précédente on a $\phi < 0$ et $\delta > 0$

On a alors $\phi = -z + \delta = \delta - z$



Reprenons la figure de l'observation d'un astre en deux points du globe, mais en utilisant les déclinaisons :



On voit que $p_1+p_2 = \delta_2 - \delta_1$

Reprenant la formule de calcul de la parallaxe horizontale il vient :

$$p = \frac{z_1 + z_2 - (\varphi_1 + \varphi_2)}{\sin z_1 + \sin z_2} = \frac{\delta_2 - \delta_1}{\sin(\varphi_1 - \delta_1) + \sin(\delta_2 - \varphi_2)}$$

Application :

Nous supposerons dans les calculs que les orbites de Mars et de la Terre sont coplanaires.

Mars est, comme toutes les planètes du système solaire sur une orbite elliptique. Les paramètres de l'ellipse sont un demi-grand axe de 1,523 U.A. et une excentricité de 0,093.

La Terre a, quant à elle, un demi-grand axe d'une U.A. (par définition) c'est-à-dire 149,6 millions de kilomètres et une excentricité de seulement 0,017.

Le Soleil étant à l'un des foyers de ces ellipses, la distance à chaque planète varie entre (1-e)a et (1+e)a. Soit entre 0,983 U.A. et 1,017 U.A. pour la Terre et 1,381 U.A. et 1,666 U.A. pour Mars.

La distance Terre-Mars varie donc entre 0,364 U.A. (quand Mars est en opposition, la Terre à l'aphélie et Mars au périhélie) et 2,683 U.A. (quand Mars est en conjonction, la Terre au périhélie et Mars à l'aphélie). Les valeurs extrêmes de la parallaxe horizontale de Mars sont donc : Arctan(6400/(2,683.149,6.10^6))=3,3'' et Arctan(6400/(0,364.149,6.10^6))=24,2''.

À l'opposition, la distance entre Mars et le Terre varie de 0,364 U.A. à 0,683 U.A. et donc la parallaxe de Mars varie entre 12,9'' et 24,2''soit presque du simple au double !

Il est donc important de connaître la position de la Terre et de Mars sur leurs orbites si l'on veut utiliser la parallaxe de Mars pour calculer le demi-grand axe de son orbite.

Opposition de Mars du 28 août 2003 à 17H52 UTC:

Paris : 48° 50 ' 10.972 " N

δ_1 = -15° 50' 33.7445"

Le Cap : latitude : 33° 56 ' 2.199 " Sud

δ_2= -15° 50' 5.5905"

Calculer la parallaxe de Mars et sa distance lors de cette opposition.

Placer la Terre et Mars à cette date sur leurs orbites construites lors du TP sur l'orbite de Mars. En déduire la valeur du demi-grand axe de la Terre (et de Mars).