La troisième loi de Képler; application: distance d'Uranus au Soleil

TPn°7

INTRODUCTION:

Le but de ce TP est d'établir expérimentalement la troisième loi de Képler à partir de résultats obtenus sur les planètes Vénus, Terre, Jupiter ou Saturne par exemple qui sont les plus faciles à obtenir(voir les TPs 4, 5 et 6). Puis d'utiliser cette loi pour déduire la distance d'Uranus au Soleil à partir de la période sidérale d'Uranus qu'on mesurera.
Pour permettre la réussite de ce TP en expérimental ou bien en simulation, avec des élèves depuis le collège jusqu'aux classes de 1ères ou terminales scientifiques, des méthodes de calculs différentes sont proposées. Avec l'espoir que cela n'alourdisse pas trop le texte.
Ce TP peut être proposé en enseignement de MPS associé avec tous les TPs sur les distances dans le système solaire pour une durée d'un trimestre.
Il peut être la trame d'un TPE de 1ere SVT en le traitant de façon expérimentale.
Il est aussi proposé sur la fiche jointe en TP de physique en classe de seconde, ou bien en activité TICE en mathématiques en seconde.

PRE-REQUIS:

Connaissance des planètes du système solaire: Mercure, Vénus, Terre, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune.
Unité astronomique(UA): c'est la distance moyenne entre la Terre et le Soleil, et vaut 149,6 millions de kilomètres. La distance Terre-Soleil est donc égale à 1 UA.
période sidérale d'une planète: c'est le temps mis par la planète pour accomplir une révolution complète autour du Soleil.
opposition d'une planète: c'est l'alignement dans le ciel et dans cet ordre Soleil-Terre-planète.
période synodique d'une planète: c'est le temps mis par le système planète-Terre-Soleil pour retrouver une même configuration antérieure. C'est notamment le temps séparant deux oppositions successives de cette planète.
ascension droite(AD) et déclinaison(DEC) sont les deux coordonnées dites équatoriales d'un objet situé sur la sphère céleste. La déclinaison s'exprime en degrés et l'ascension droite s'exprime en heures par analogie avec le ciel effectuant un tour en 24 heures sidérales.

LOGICIELS UTILISES:

Stellarium
Calc de Open-office
Ephémérides de l'IMCCE(Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides).

DUREE DE L'ACTIVITE:

Une séance d'1,5h pour Képler et une séance d'1,5h pour la distance d'Uranus en première SVT.

Pour l'activité simplifiée présentée sur la fiche-élève jointe, prévoir 1,5 heure avec des élèves sachant utiliser Stellarium, 2 heures sinon.

ENONCE:

a) A partir des données obtenues précédemment sur Vénus, Jupiter, Terre(et éventuellement Soleil malgré ses valeurs nulles), déterminer une fonction simple exprimant une relation entre les périodes sidérales et les distances au Soleil des planètes du système solaire. Cette relation est la troisième loi de Képler.

b) Déterminer la période sidérale d'Uranus. En déduire la distance d'Uranus en UA en utilisant la troisième loi de Képler établie en a).

ELEMENTS DE REPONSE:

a) On place dans un tableau du tableur Calc d'Open-office les résultats obtenus précédemment pour les distances au Soleil et les périodes sidérales des planètes. On ne garde que les planètes pour lesquelles les calculs semblaient les plus fiables: Vénus et Jupiter. On peut aussi à peu de frais y inclure la Terre pour laquelle $a_T = 1\,UA$ et Tt=1, ainsi qu'éventuellement le Soleil pour lequel ces paramètres sont nuls si on peut lui appliquer le calcul d'interpolation. Les résultats sont placés dans le tableau suivant:

PLANETE	a en UA	T en années
Soleil	0	0
Vénus	0,72	0,61
Terre	1	1
Jupiter	5,1	11,5

On peut suivant le niveau de classe des élèves:

* utiliser un ajustement empirique en cherchant quelles puissances respectives de a et de T donnent approximativement les mêmes valeurs. En colonne D et E, a^3 et T^2 donnent quasiment le même ré sultat comme on le voit après avoir rempli le tableau CALC ci-dessous:

PLANETE	a en UA	T en années	a^2	T^2	a^3	T^3	a^4
Soleil	0,000	0,00	0	0	0,000	0,000	0
Mercure	0,387	0,24	0,15	0,06	0,058	0,058	0,02
Vénus	0,723	0,62	0,52	0,38	0,378	0,378	0,27
Terre	1,000	1,00	1	1	1,000	1,000	1
Mars	1,524	1,88	2,32	3,53	3,540	3,534	5,39
Jupiter	5,208	11,86	27,12	140,66	141,258	140,660	735,67
Saturne	9,522	29,44	90,67	866,71	863,345	866,714	8220,77

* à la calculette, utiliser la régression en puissance en ôtant le Soleil. La fonction d'interpolation avec a en abscisse et T en ordonnée obtenue est $T=1*a^{1,5}$ avec des arrondis à 0,001 près!

* on peut aussi effectuer cette interpolation avec les données exactes sur l'ensemble des planètes du système solaire dans le tableau reproduit ci-dessous.

PLANETE	a en UA	T en années
Soleil	0,000	0,00
Mercure	0,387	0,24
Vénus	0,723	0,62
Terre	1,000	1,00
Mars	1,524	1,88
Jupiter	5,208	11,86
Saturne	9,522	29,44
Uranus	19,271	83,80
Neptune	30,236	163,84

Entrer les deux séries en a et T. Représenter graphiquement la série double ainsi obtenue en faisant: "insertion-diagramme-XY". Ensuite, double cliquer sur le diagramme obtenu pour le sélectionner et faire "insertion-courbe de tendance-". Puis, en "type de régression", choisir "puissance" et penser à cocher "afficher l'équation" pour avoir l'écriture de la fonction d'interpolation écrite sur le graphique. Faire compléter le graphique par les élèves de façon à afficher le titre du graphique, les données et leurs unités en abscisse et en ordonnée.
On retrouve alors facilement la même relation: $T=1*a^{1,5}$. On peut alors remarquer que $T^2=(a^{1,5})^2=a^3$.

Conclusion: la troisième loi de Képler peut s'exprimer sous la forme: $\frac{a_P^3}{T_P^2}=1$ où a_P est la distance de la planète au Soleil en UA et T_P est la période de la planète en années terrestres, ou bien $T=1*a^{1,5}$ qui lui est équivalente.

b) par simulation logicielle:
On cherche avec Stellarium[1] comme dans la fiche élève, ou avec les éphémérides de l'IMCCE[2] quand dans le passé Uranus était à la même position dans le ciel. On suppose que la planète Uranus est suffisamment éloignée de la Terre pour que la Terre et le Soleil puissent être supposés confondus. On obtient ainsi directement la période sidérale d'Uranus car le mouvement propre de la Terre, à la différence des cas précédents, est négligeable.
Le 20/09/2010, Uranus est dans la constellation des Poissons avec les coordonnées célestes suivantes: α=23h55m48s et δ=-1°18'45". Il faut remonter à l'année 1926 pour trouver comme coordonnées le 20/09/1926: α=23h55m51s et δ=-1°18'34". Uranus a donc comme période sidérale environ 84 ans.
D1=20/09/2010; D2=20/09/1926; D1-D2= 84 ans
La troisième loi de Képler permet le calcul de la distance au Soleil connaissant la période sidérale.
Avec la troisième loi de Képler: $a_U=T_U^{\frac{2}{3}}=84^{\frac{2}{3}}=19{,}2\,a$.
Remarque: avec des élèves ne connaissant pas les calculs de puissances, rechercher empiriquement à la calculette le nombre a tel que $a^3= 84^2$. Pour cela, programmer la fonction $y=X^3$ avec comme table de valeurs X intial=0 et un pas de 1. Puis affiner avec une table de valeurs X initial=18 et un pas de 0,1.
b) par la méthode expérimentale:
Comme précédemment, Uranus est en opposition les 20/09/2010 et 24/09/2011. Sa période synodique est de 369 jours, d'où on déduit sa période sidérale par la relation:
$\frac{360*369}{365{,}25}=\frac{360*369}{Tu}+360$ d'où T_U = 98,4 a

1 Avec Stellarium, "rechercher l'objet" Uranus. Il est alors centré automatiquement sur l'écran. Noter les chiffres de la ligneAD/DEC(J2000). Faire varier ensuite l'année dans la fenêtre "date-heure"puis le jour pour retrouver une ascension égale à celle du 20/09/2010 pour Uranus.
2 éphémérides de l'IMCCE : demander les éphémérides de la planète Uranus, en conservant les autres paramètres de coordonnées proposés. Choisir les dates à partir du 20/09/1900 tous les 365,25 jours. Rechercher dans le fichier reçu de l'IMCCE la date où Uranus a une ascension droite au plus proche de celle du 20/09/2010.

La détermination de la distance au Soleil à partir des diamètres apparents de la planète à l'opposition et en quadrature est maintenant inapplicable avec Uranus car les écarts sont trop faibles pour permettre une comparaison. Par contre, la troisième loi de Képler permet le calcul de cette distance connaissant la période sidérale.

Avec la troisième loi de Képler, $a_U = T_U^{\frac{2}{3}} = 98{,}4^{\frac{2}{3}} = 21{,}3\,a$

Remarque: comme la période synodique est proche d'une année, une petite erreur sur cette période[3] peut faire varier assez conséquemment la période sidérale. On a obtenu ici 98,4 a au lieu de 83,8 a. Mais l'estimation de la distance au Soleil reste encore très correcte.

Synthèse sur Uranus:
période sidérale calculée de Uranus: T_U=84 a
La distance calculée Uranus-Soleil est: $a_U = 19{,}2\,a$

CONCLUSION:

la distance Soleil-Uranus est d'environ 19,2 unités astronomiques
ou bien
la distance Soleil-Uranus est d'environ 2,9 milliards de kilomètres

3 ce qui est le cas ici car la trajectoire d'Uranus n'est pas parfaitement circulaire