Mesure du rayon de la Lune et de la distance Terre-Lune

Noël Robichon, Observatoire de Paris

BUT : Le but de ce TP est de comparer la taille du disque lunaire avec la taille de l'ombre de la Terre et d'en déduire le rayon lunaire et la distance Terre-Lune.

1 Introduction

Les calculs développés dans ce TP supposent que la Lune est à une distance fixe de la Terre, et la Terre à une distance fixe du Soleil. La figure 1 montre le schéma d'une éclipse de Soleil et d'une éclipse de Lune. Par le plus pur hasard, les diamètres apparents de la Lune et du Soleil vus depuis la surface de la Terre sont presque égaux (nous les supposerons strictement les mêmes dans la suite).

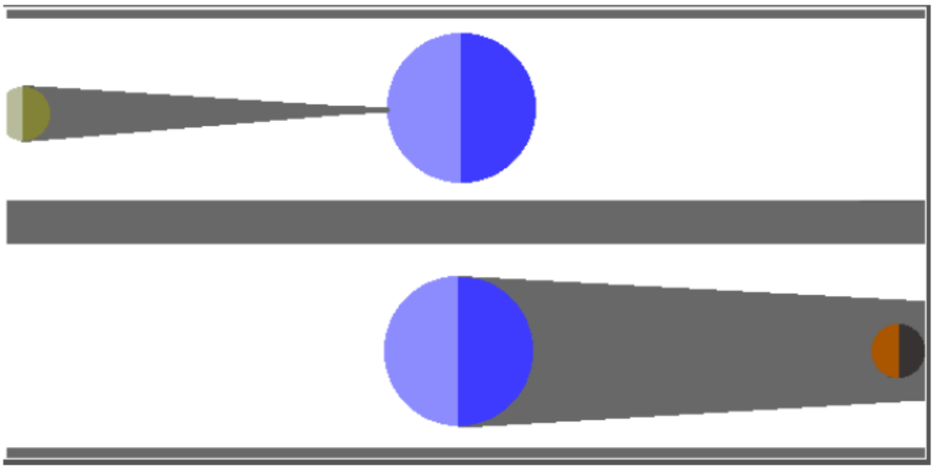


FIG. 1 –

En supposant que le rayon de la Terre est très petit devant celui du Soleil, on voit sur la figure 2 que l'angle du cône d'ombre de la Lune est approximativement égal à l'angle du cône d'ombre de la Terre.

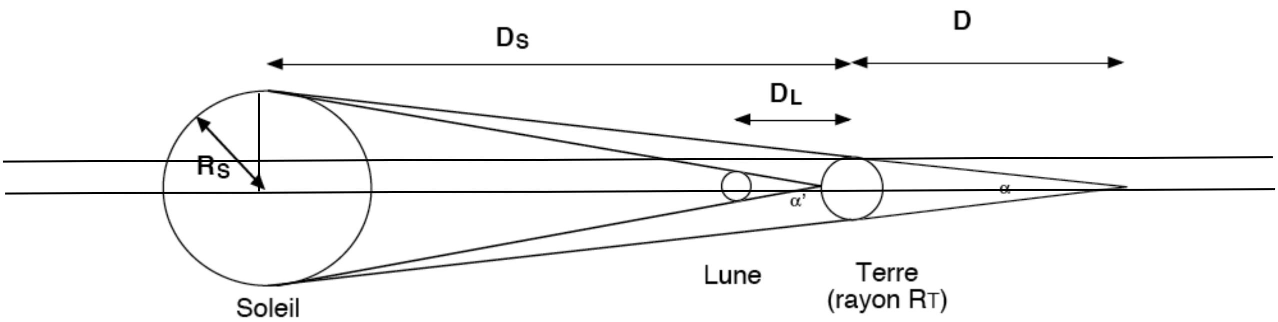


figure 2

$$\mathbf{tg\alpha = (R_S - R_T)/D_S \text{ et } R_T << R_S \Rightarrow tg\alpha \approx R_S/D_S = tg\alpha'}$$

On voit alors sur la figure 3, en reportant le cône d'ombre de la Lune à côté de celui de la Terre, que le diamètre de la Terre est égal à la somme du diamètre de l'ombre de la Terre (à la distance de la Lune) et du diamètre de la Lune.

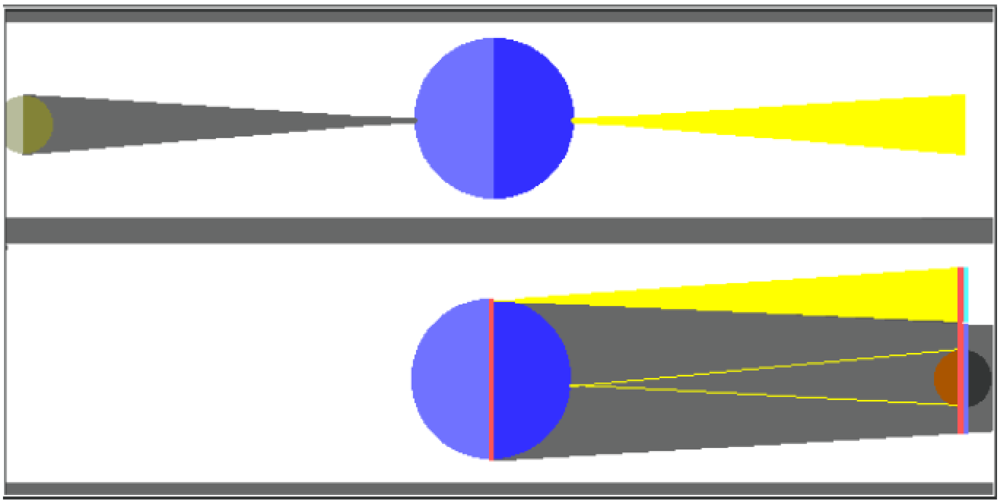


figure 3

Si D_O est le diamètre de l'ombre de la Terre à la distance de la Lune, D_L le diamètre de la Lune et D_T le diamètre de la Terre, on a, en posant $k = \frac{D_O}{D_L}$: $D_L = \frac{D_T}{(1+k)}$

Or k est également égal au rapport du diamètre angulaire de l'ombre de la Terre (à la distance de la Lune) par le diamètre angulaire de la Lune, et peut être estimé observationnellement. Connaissant alors le diamètre absolu de la Lune et son diamètre apparent, il est aisé de calculer sa distance.

2 Mesures lors d'une éclipse de Lune

2.1 Rayon de la Lune - Première méthode

Cette méthode utilise une photo d'une éclipse de Lune pour estimer le rapport k précédemment défini.

Ouvrir un navigateur web et chercher des images d'éclipses de Lune passées. Choisir une ou deux images d'une ou deux éclipse au moment de la phase partielle et les sauver dans le répertoire Jour1/TPLune.

Ouvrir chaque image sous GIMP.

Inverser les couleurs en allant dans le menu « couleurs » et en choisissant l'option « inverser ». Le but est d'avoir un fond clair pour l'image pour pouvoir faire des tracés.

Régler la luminosité et le contraste de manière à ce que la limite de l'ombre de la Terre sur la Lune soit la plus contrastée possible sans que la limite de l'ombre ne se déplace. Pour cela, choisir « Luminosité-Contraste » dans le menu « Couleurs » et jouer avec les curseurs dans la fenêtre qui s'ouvre. Sauvegarder les images dans le même répertoire.

Des photos d'éclipse de Lune ainsi traitées (et non traitées) sont disponibles dans le répertoire Jour1/TPLune.

Nous allons maintenant utiliser le logiciel Geogebra pour mesurer le rapport des rayons de l'ombre et de la Lune.

Ouvrir Geogebra. Ouvrir l'avant-dernier menu à droite (« curseur » symbolisé par un a=2 au dessus d'un point sur une ligne). Descendre dans le menu et choisir l'option « insérer une image » dont l'icône représente une fleur. Cliquer ensuite n'importe où sur la page de dessin et choisir un des fichiers d'image d'éclipse qui viennent d'être traités.

Sélectionner l'outil « Nouveau point » symbolisé par un point A. Commencer par tracer trois points sur le bord de la Lune (qui s'appelleront automatiquement A, B et C) et sur le bord de l'ombre (E, F et G).

Choisir ensuite l'outil cercle passant par trois points et cliquer sur les points A, B et C. Recommencer avec les points E, F et G. Les cercles c et d ont été créés et représentent respectivement le cercle lunaire et l'ombre de la

Terre.

Dans la ligne de commande en bas de la fenêtre, définir le rayon de chaque cercle en tapant Ql=Rayon[c] et Qo=Rayon[d] puis calculer le rapport en tapant k=Qo/Ql.

En jouant sur la position des différents points, estimer l'erreur sur chacune de ces mesures. Donner une estimation de k puis du rayon de la Lune sachant que celui de la Terre est environ 6400 km.

Le rapport k peut être déduit des éphémérides fournies en annexes en calculant le rapport du rayon de l'Ombre (U. Radius) par le demi diamètre de la Lune (S.D.). Comparer avec les résultats observationnels et commenter.

2.2 Rayon de la Lune - Deuxième méthode

Lors d'une éclipse de Lune, on peut définir différents moments correspondant aux contacts du bord lunaire avec l'ombre de la Terre comme le montre la figure ci-dessous.

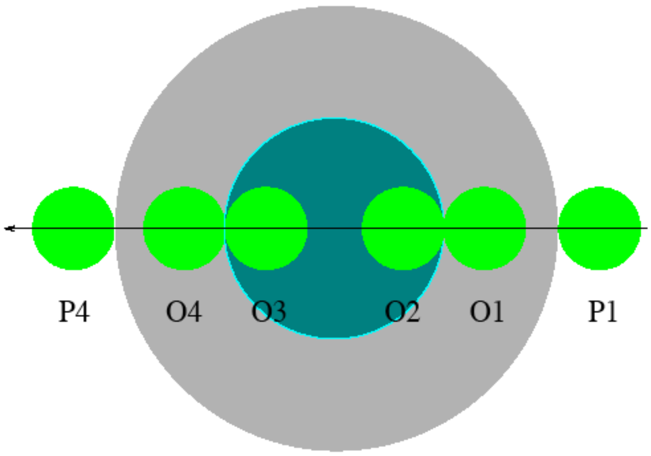


FIG. 4 – *P1: premier contact extérieur avec la pénombre O1: premier contact extérieur avec l'ombre O2: premier contact intérieur avec l'ombre O3: dernier contact intérieur avec l'ombre O4: dernier contact extérieur avec l'ombre P4: dernier contact extérieur avec la pénombre*

Si l'on arrive à mesurer les instants de ces contacts, il est alors possible de calculer k. En effet, le temps mis par la Lune pour parcourir son diamètre angulaire est égal à O2−O1 ou O4−O3. De même, le temps mis par la Lune pour parcourir l'ombre de la Terre est O3−O1 ou O4−O2. Le rapport k est donc égal, par exemple, à (O4−O2)/(O2−O1).

Faire les calculs pour les deux éclipses fournies en annexe avec le tableur OpenOffice-Calc en reportant les valeurs de O1, O2, O3 et O4 dans une feuille de calcul (notées U1, U2, U3 et U4 dans les éphémérides).

Quelles valeurs trouve-t-on pour ces deux éclipses ? Comparer avec la valeur exacte précédemment calculée. Commenter.

Réponse au commentaire : Ces calculs ne sont exacts que si le centre de la Lune passe par le centre de l'ombre de la Terre. C'est rarement le cas comme le montre les éphémérides de la dernière éclipse fournie en annexe. On voit sur les graphiques de ces éclipses que O2−O1 ou O4−O3 est plus grand que le temps mis par la Lune pour parcourir son diamètre et que O3−O1 ou O4−O2 est au contraire plus petit que le temps mis pour parcourir l'ombre de la Terre sur un de ses diamètre. Le calcul précédent surestime donc la taille de la Lune.

2.3 Distance Terre-Lune - Première méthode

Une fois la taille absolue de la Lune connue, sa distance peut être calculée aisément pour peu que l'on connaisse son diamètre angulaire.

Une méthode assez simple à mettre en œuvre consiste à masquer la Lune avec une bille de diamètre connu et à l'éloigner jusqu'à ce qu'elle coïncide avec la Lune. Le rapport entre le diamètre de la bille et sa distance par rapport à l'œil de l'observateur est égal à celui du diamètre de la Lune et de la distance Terre-Lune (d'après le théorème de Thalès).

Faire le dessin avec Geogebra.

Un montage simple peut être imaginé pour réaliser cette expérience qui peut être faite sur la pleine Lune avant ou après l'éclipse.

2.4 Distance Terre-Lune - Deuxième méthode

Le diamètre angulaire de la Lune peut également être calculé par chronométrage. Sachant que la Lune met 29,53 jours pour se retrouver à la même phase (mois synodique ou lunaison), c'est-à-dire pour faire 360 degrés par rapport au Soleil, le diamètre angulaire de la Lune (en degrés) est égal à : 360.(O2−O1)/(24.60.29,53) avec O2−O1 mesuré en minutes.

La distance Terre-Lune est alors égale au diamètre absolu de la Lune divisé par la tangente de son diamètre angulaire. Faire le calcul sous OpenOffice-Calc avec les données fournies par les éphémérides. Comparer avec les distances réelles données par la parallaxe de la Lune (valeur H.P. dans les tables) dans les éphémérides. Conclusion ?

3 Mesure de la distance Terre-Lune avec la troisième loi de Kepler

La distance moyenne Terre-Lune peut également être déduite par la gravitation. Connaissant le rayon de la Terre par la méthode d'Ératosthène ($R_T \cong 6400$km) et la valeur de l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre ($g = 9{,}78$ m.s^{-2} à l'équateur), on peut en déduire la valeur de la constante GM par la formule $g = GM/R_T^2$. En supposant que la masse de la Lune est négligeable devant celle de la Terre (elle est de 1/81 masse terrestre), la troisième loi de Kepler nous donne : $a^3/P^2 = GM/4\pi^2$ où a est la distance Terre-Lune et P est la période de rotation anomalistique de la Lune autour de la Terre (P=27.55 jours correspondant au temps écoulé entre deux passages au périgée).

Calculer la distance Terre-Lune par cette méthode.

4 Discussion

C'est Aristarque de Samos (310-230 avant J.C.) qui utilisa le premier les éclipses de Lune pour calculer la distance de la Lune et sa taille, relatives à la taille de la Terre. Hipparque (190- 120 avant J.C.) puis Ptolémée (120-180 après J.C.) améliorèrent cette méthode de sorte que les astronomes anciens avaient une bonne idée de ces grandeurs.

Aristarque et de nombreux astronomes jusqu'au 17ème siècle, mesurèrent également la distance du Soleil en mesurant l'angle que faisait la Lune avec le Soleil lors du premier ou du dernier quartier. Mais cette méthode, bien que rigoureusement exacte du point de vue géométrique, était en réalité inapplicable et donnait une distance 20 fois trop petite de sorte que, jusqu'au 17ème siècle, la distance de la Lune fut la seule distance astronomique connue avec une certaine précision. L'avènement des lunettes et télescopes permis ensuite de mesurer précisément des angles plus petits et de déterminer la parallaxe diurne des planètes proches et d'en déduire la distance du Soleil.

De nos jours, la distance de la Lune est mesurée avec des radars ou des lasers dont la lumière est réfléchie par des petits miroirs posés sur le sol lunaire par les missions américaines Apollo 11, 14 et 15 et les sondes automatiques soviétiques Lunokhod 1 et 2.

Les méthodes présentées ici permettent de déterminer la distance de la Lune à quelques dizaines de pourcents près, en supposant que la Lune et la Terre ont des orbites circulaires. En réalité, les excentricités de l'orbite de la Terre (e=0.017) et de celle de la Lune (e=0.05) font varier la taille de l'ombre de la Terre et le diamètre apparent de la Lune respectivement. De plus, l'excentricité de l'orbite de la Lune est telle que la distance Terre-Lune varie de 7 pourcents (de 356400 à 406700 km) autour de sa valeur moyenne (384401 +/- 1 km).

Total Lunar Eclipse of 2019 Jan 21

Ecliptic Conjunction = 05:17:14.0 TD (= 05:16:03.0 UT)
Greatest Eclipse = 05:13:27.1 TD (= 05:12:16.0 UT)

Penumbral Magnitude = 2.1684	P. Radius = 1.3052°	Gamma = 0.3684
Umbral Magnitude = 1.1953	U. Radius = 0.7634°	Axis = 0.3763°

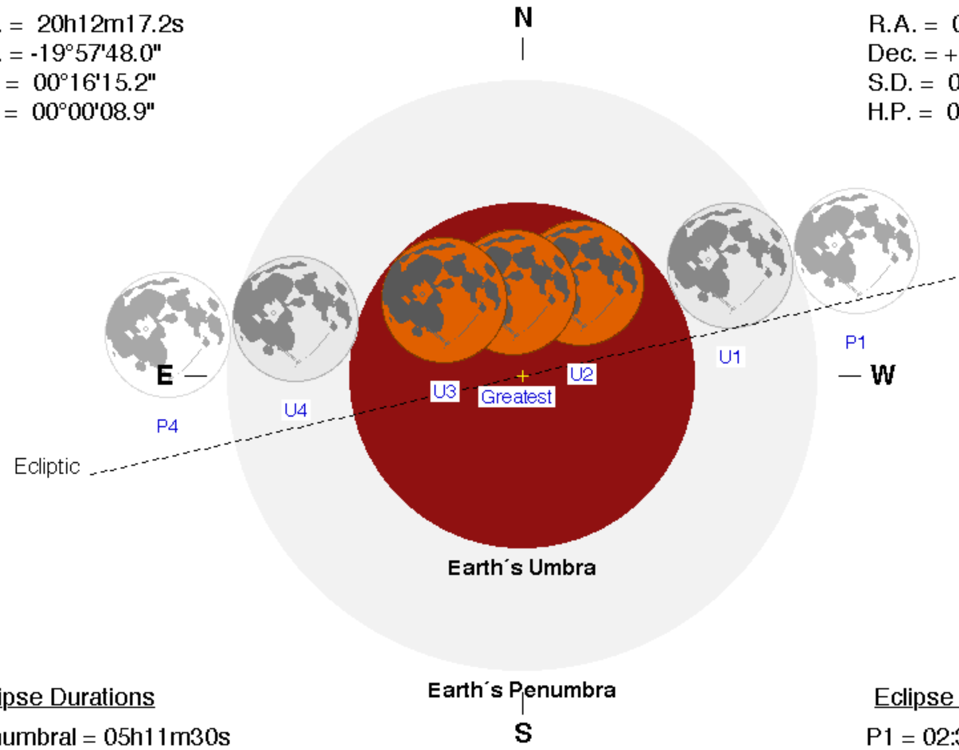
Saros Series = 134 Member = 27 of 73

Sun at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)

R.A. = 20h12m17.2s
Dec. = -19°57'48.0"
S.D. = 00°16'15.2"
H.P. = 00°00'08.9"

Moon at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)

R.A. = 08h12m28.7s
Dec. = +20°20'13.1"
S.D. = 00°16'42.1"
H.P. = 01°01'17.9"



0 15 30 45 60
Arc-Minutes

Eclipse Durations

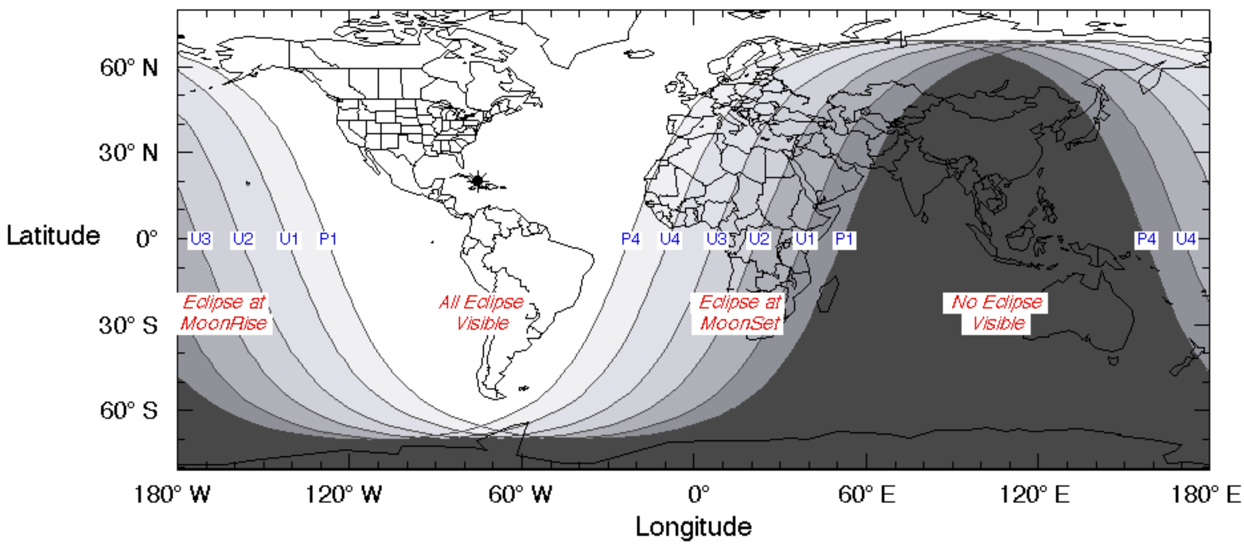
Penumbral = 05h11m30s
Umbral = 03h16m45s
Total = 01h01m59s

ΔT = 71 s
Rule = CdT (Danjon)
Eph. = VSOP87/ELP2000-85

F. Espenak, NASA's GSFC
eclipse.gsfc.nasa.gov/eclipse.html

Eclipse Contacts

P1 = 02:36:30 UT
U1 = 03:33:54 UT
U2 = 04:41:17 UT
U3 = 05:43:16 UT
U4 = 06:50:39 UT
P4 = 07:48:00 UT



2009 Apr 29

Total Lunar Eclipse of 2022 May 16

Ecliptic Conjunction = 04:15:18.8 TD (= 04:14:06.0 UT)
Greatest Eclipse = 04:12:41.6 TD (= 04:11:28.8 UT)

Penumbral Magnitude = 2.3726 P. Radius = 1.2854° Gamma = -0.2532
Umbral Magnitude = 1.4137 U. Radius = 0.7580° Axis = 0.2555°

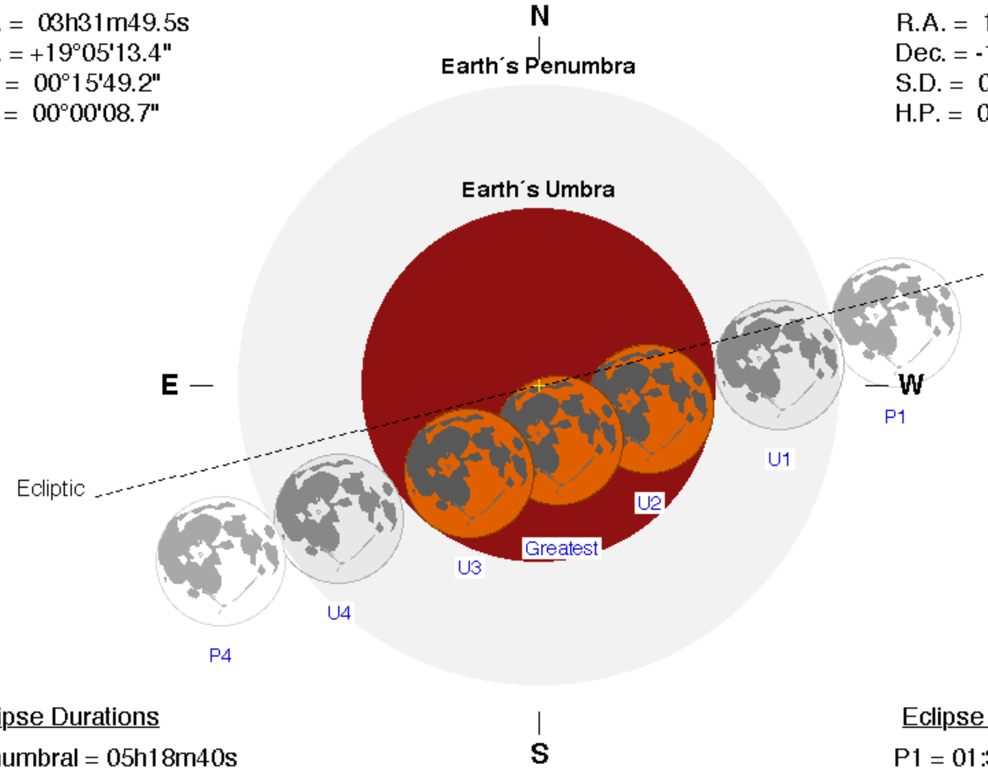
Saros Series = 131 Member = 34 of 72

Sun at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)

R.A. = 03h31m49.5s
Dec. = +19°05'13.4"
S.D. = 00°15'49.2"
H.P. = 00°00'08.7"

Moon at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)

R.A. = 15h31m27.8s
Dec. = -19°19'40.4"
S.D. = 00°16'29.9"
H.P. = 01°00'33.1"



Eclipse Durations

Penumbral = 05h18m40s
Umbral = 03h27m14s
Total = 01h24m53s

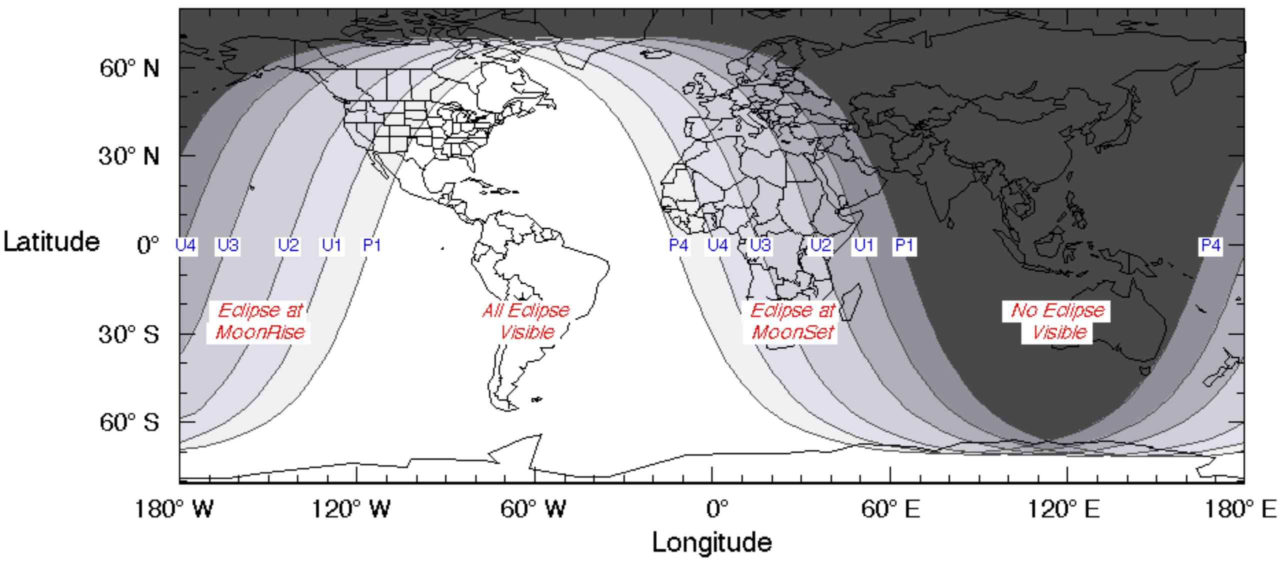
ΔT = 73 s
Rule = CdT (Danjon)
Eph. = VSOP87/ELP2000-85

0 15 30 45 60
Arc-Minutes

F. Espenak, NASA's GSFC
eclipse.gsfc.nasa.gov/eclipse.html

Eclipse Contacts

P1 = 01:32:07 UT
U1 = 02:27:53 UT
U2 = 03:29:03 UT
U3 = 04:53:56 UT
U4 = 05:55:07 UT
P4 = 06:50:48 UT



2009 Apr 29